

2022 年普通高等学校招生全国统一考试

数学 27 分

1. 设 $M = \{\alpha \mid f(\alpha) = 0\}$, $N = \{\beta \mid g(\beta) = 0\}$, 则 $\alpha \in M, \beta \in N$ 且 $|\alpha - \beta| < n$ 的充分条件是 $f(x)$

在 $(-\infty, +\infty)$ 上恒正, $f(x) = 3^x - 1$, $g(x) = x^2 - ax$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上恒正, 则 a 的取值范围是 ()

A. $(\frac{1}{e}, \frac{4}{e}]$ B. $(\frac{1}{e}, \frac{4}{e}]$ C. $[\frac{4}{e}, \frac{2}{e})$ D. $[\frac{4}{e}, \frac{2}{e})$

2. 设 R, T 为实数, 且 $R = 3.28$, $T = 6$, 则 R 与 T 的乘积 RT 的个位数字是

3. 设 $f(x) = e^x - ax^2 + 2ax$, 则 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上恒正的充分条件是 a 的取值范围是 ()

A. $(-\infty, +\infty)$ B. $(-\infty, +\infty)$ C. $(-\infty, +\infty)$ D. $(-\infty, +\infty)$

4. 设 $f(x) = (ax^2 - x^2 + 4a)\ln(\sqrt{x^2 + 1} + x)$, 则 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上恒正的充分条件是 a 的取值范围是 ()

A. $(-\infty, +\infty)$ B. $(-\infty, +\infty)$ C. $(-\infty, +\infty)$ D. $(-\infty, +\infty)$

5. 设 $y = \frac{b}{|x| - c}$ ($c > 0, b > 0$), 则 y 在 $(-\infty, +\infty)$ 上恒正的充分条件是 a 的取值范围是 ()

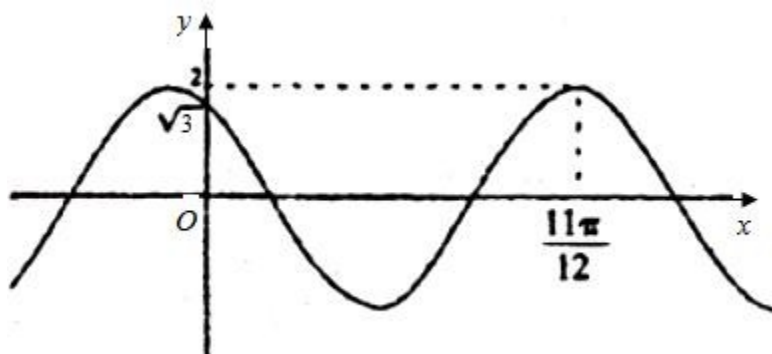
A. $(0, 1)$ B. $(0, \frac{1}{3})$ C. $(1, +\infty)$ D. $(\frac{1}{3}, +\infty)$

6. 设 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, 0 < \varphi < \pi$), 则 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上恒正的充分条件是 $\frac{\pi}{6}$ 的取值范围是

A. 1 B. 2 C. 4 D. 6

已知函数 $y = g(x)$ 的部分图象如图

- ① $\varphi = \frac{\pi}{3}$ ② 函数 $g(x)$ 的周期为 π
- ③ 函数 $g(x)$ 在 $[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{12}]$ 上单调递增 ④ 函数 $g(x)$ 在 $(-\frac{\pi}{3}, 0)$ 上单调递减
- 则以上四个命题中，正确的个数是 ()



- A 4 B 3 C 2 D 1

7. 2021 • 已知集合 $M = \{1, 2, 3\}$, $N = \{1, 2, 3, 4\}$, 映射 $f: M \rightarrow N$ 满足 $A(1, f(1))$, $B(2, f(2))$

$C(3, f(3)) \in \triangle ABC$ 且 $DA + DC = yDB$ ($y \in \mathbb{R}$) 则 $f(x)$ 的个数为 ()

- A 6 B 10 C 12 D 16

8. 2021 • 已知函数 $f(x) = 2x - \cos x$, $\{a_n\}$ 为公差为 $\frac{\pi}{8}$ 的等差数列, 且 $f(a_1) + f(a_2) + \dots + f(a_5) = 5\pi$

则 $[f(a_5)]^2 - a_5 a_3 =$ ()

- A 0 B $\frac{1}{16}\pi^2$ C $\frac{1}{8}\pi^2$ D $\frac{13}{16}\pi^2$

9. 2021 • 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \frac{1}{a_n} + a_n$, 则 a_{2021} 的整数部分为

A 4 B 1 C 11 D 12

10. 2021 • 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \frac{1}{a_n} + a_n$, 则 a_{2021} 的小数部分为

3. 13. 1113. 3113. 132113. ... A_n n a_n A_j n b_n $i, j \in [2, 9]$ $c_n = |a_n - b_n|$ $\{c_n\}$

则 n ()

- A. $2n|i-j|$ B. $n(i+j)$ C. $n|i-j|$ D. $\frac{1}{2}|i-j|$

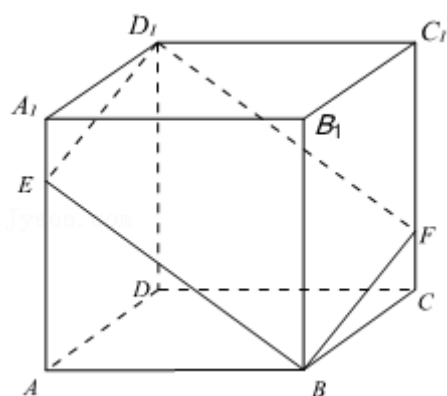
10. 2021 • 已知 $a = 4\ln 5$, $b = 5\ln 4$, $c = 5\ln \pi^4$, 则 a, b, c 的大小关系为 ()

- A. $a < b < c$ B. $b < c < a$ C. $b < a < c$ D. $c < b < a$

11. 2021 • 如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， BD_1 与 AC_1 交于点 E ， CC_1 与 BF 交于点 F ，则下列结论中正确的是

- ① 平面 BFD_1E 与平面 BB_1D_1 垂直
- ② 平面 BFD_1E 与平面 BB_1D_1 平行
- ③ 平面 BFD_1E 与平面 BB_1D_1 相交
- ④ 平面 D_1F 与 DC 交于点 M ，平面 D_1E 与 DA 交于点 N ，则 M, N, B 三点共线
- ⑤ 平面 $B_1 - BFD_1E$ 与平面 BB_1D_1 垂直

则 n ()



- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

12. 2021 • 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 D ，若 $x_1 \in D$ ， $x_2 \in D$ ，且 $f(x_1) + f(x_2) = m$ ，则称 (x_1, x_2) 为函数 $f(x)$ 的“ m -对偶点”。

□□□□□□ $f(x)$ □ D □□□□□ Ψ_m □□□□□□

① $f(x) = 3x$ □

② $f(x) = 3^x$ □

③ $f(x) = \log_3 x$ □

④ $f(x) = \tan x$ □

□□□□□□□□□□□□ Ψ_m □□□□□□□□ ()

A□1

B□2

C□3

D□4

13□□2021 □•□□□□□□□□□□□□ λ □□□□□□1□ $AD = \lambda AB + (1 - \lambda) AC$ □□□ D □ $\triangle ABC$ □ BC □□□□□□□□2□□□ x

□□□ $2\sin^2 x - (\lambda + 1)\sin x + 1 = 0$ □ $[0, 2\pi)$ □□□□□□□□□□□□ λ □□□□□□ ()

A□ $\lambda = -2\sqrt{2} - 1$ □ $\lambda = -2$

B□ $\lambda < -4$

C□ $\lambda = -2$

D□ $\lambda < -4$ □ $\lambda = -2\sqrt{2} - 1$

14□□2021 □•□□□□□□□□ O □□□□□□□□□□□□□□ $M(x, y)$ □□□□□□□□□□ $\begin{cases} 2x - y \leq 6, 0 \\ x - y + 2 \leq 0 \end{cases}$ □ $ON = (a, b) (a > 0, b > 0)$ □□

$OM \cdot ON$ □□□□□ 40□ $\frac{5}{a} + \frac{1}{b}$ □□□□□□ ()

A□ $\frac{25}{6}$

B□ $\frac{9}{4}$

C□1

D□4

15□□2021 □•□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ R □□□□□□□□□□ ()

A□ $f(x) = \ln|x| + 1$

B□ $f(x) = x^2$

C $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & (x \geq 0) \\ -x^2 + 2x & (x < 0) \end{cases}$

D $f(x) = \begin{cases} 2^x, & (x < 0) \\ 0, & (x = 0) \\ -(\frac{1}{2})^x, & (x > 0) \end{cases}$

16 2021 年普通高等学校招生全国统一考试理科数学第 7 题 已知函数 $f(x) = 2\cos^2(\omega x - \frac{\pi}{12}) - \frac{1}{2}$ ($\omega > 0$) 在 $[0, \pi]$ 上有 7 个零点, 则 ω 的取值范围是 ()

A $[\frac{41}{12}, \frac{15}{4})$ B $(\frac{49}{12}, \frac{23}{4}]$ C $(\frac{41}{12}, \frac{15}{4}]$ D $[\frac{49}{12}, \frac{23}{4})$

17 2021 年普通高等学校招生全国统一考试理科数学第 10 题 已知 $m \in \mathbb{R}$, 则不等式 $m^2 - 2mx - 1 > 0$ ($m > 0$) 的解集为 ()

A $\{x | x < -1 \text{ 或 } x > \frac{1}{4}\}$ B \mathbb{R} C $\{x | -\frac{1}{3} < x < \frac{3}{2}\}$ D \emptyset

18 2021 年普通高等学校招生全国统一考试理科数学第 12 题 已知函数 $f(x) = \min\{-x^2 + 2x, 2 - x\}$ 在 $[0, x]$ 上的最大值为 $f(x)$, 则 x 的取值范围是 ()

A $f(x) - (2t+1)x = 0$ 在 $[0, t]$ 上有解, 则 t 的取值范围是 ()

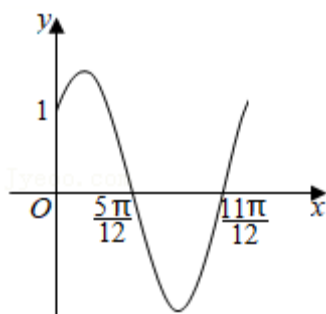
A $[-\frac{3}{2}, -\frac{2}{3}] \cup [-\frac{1}{3}, \frac{1}{2}]$ B $(-\frac{3}{2}, -\frac{2}{3}) \cup (-\frac{1}{3}, \frac{1}{2})$
C $(-\frac{3}{2}, -\frac{2}{3}) \cup [-\frac{1}{3}, \frac{1}{2})$ D $[-\frac{3}{2}, -\frac{2}{3}) \cup (-\frac{1}{3}, \frac{1}{2}]$

19 2021 年普通高等学校招生全国统一考试理科数学第 14 题 已知函数 $f(x) = a e^{x-1} - 1$ 在 $x \in [0, 1]$ 上的最大值为 $f(x+1) = f(-x+1)$, 则 a 的取值范围是 ()

$f(2019) =$ ()

A e^{-1} B 0 C $1 - e$ D 2021

20 2021 年普通高等学校招生全国统一考试理科数学第 15 题 已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($x \in \mathbb{R}$, $\omega > 0$, $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$) 的图像与 x 轴的交点中, 相邻两个交点之间的距离为 $\frac{\pi}{2}$, 且图像经过点 $(\frac{\pi}{6}, 1)$, 则 $f(x)$ 的解析式为 ()



A. The period of the function is 2π .

B. $\omega = 2$.

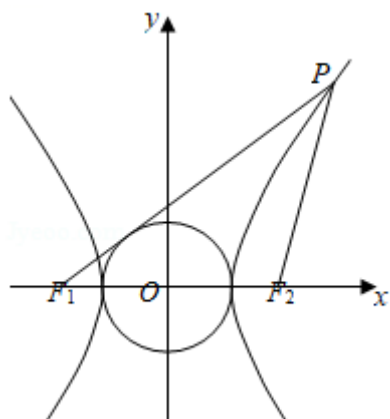
C. $\varphi = \frac{\pi}{3}$.

D. $A = \frac{3}{2}$.

21. In 2021, let α be a plane, $ABCD$ a parallelogram, $AB \subset \alpha$, $CD \not\subset \alpha$. Then $AB \cap \alpha =$ _____.

22. In 2021, let $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) be a hyperbola with foci F_1, F_2 . Let P be a point on the hyperbola. Then $|PF_1| - |PF_2| =$ _____.

23. In 2021, let $f(x) = \ln(x+1) - \frac{1}{x+2}$. Then $f(x) > 0$ for $x > -1$.



A. $\frac{5}{3}$.

B. $\frac{5}{4}$.

C. $\frac{17}{15}$.

D. $\frac{17}{16}$.

24. In 2021, let $f(x) = \ln(x+1) - \frac{1}{x+2}$. Then $f(x) > 0$ for $x > -1$.

$A_{[-2, 2]}$

$$B \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$C^{[0,4]}$

$$D_{\square}^{[1 \square 3]}$$

24 2021 • $f(x)$ $f(x)$ $f(-1)=0$ $x>0$ $f'(x)-f(x)>0$ $f(x)>0$ x

□□□□□□ ()

$$A \cap (-\infty, -1) \cup (0, 1)$$

$$B_{\square}(-1, 0) \cup (1, +\infty)$$

$$C \cap (-1, 0) \cup (0, 1)$$

$$D \cap (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$$

25/2021 • $X, Y \subseteq X \cup Y = \{x \mid x \in X \text{ or } x \in Y\} \mid X|$ $X = \{1$

$$2 \sqcup 3 \sqcup 4 \sqcup Y = \{3 \sqcup 4 \sqcup 5\} \sqcup \sqcup \quad |(X - Y) \cup (Y - X)| = (\quad)$$

А□3

B□4

C□5

D□6

26/2021 • $f(x)$ (dB) X (W/m²) $f(x) = 10 \times \lg \frac{X}{1 \times 10^{-12}}$

140 dB 60 dB ()

10^6

10^6

$C \approx 10^{10}$

$D \approx 10^{12}$

$$f(x) = \log_a(x^2 + 2a^2) - x \quad m > \frac{\sqrt{2}}{2} \quad x$$

$$f(e-x) \dots f(m-m) \quad \square \square \square m \square \square \square \square (\quad)$$

A□1

$B \sqcap \sqrt{2}$

$C\sqrt{e}$

$$D \sqcup e$$

□□□□□□ **6** □□□

28 2021 • $f(x) = A \cos(\omega x - \frac{\pi}{3}) (A > 0, \omega > 0)$ $f(\frac{\pi}{4}) = (\frac{\pi}{12})$ $[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}]$ $f(x)$

[illegible]

A $\frac{\pi}{4}$

B $\frac{\pi}{2}$

C $\frac{2\pi}{3}$

D π

29 2021 • $f(x) = (e^x - e^{-x}) \cos x$ e ()

A $f(x)$ π

B 2π $f(x)$ π

C $f(x)$ $(0, \pi)$ π

D $f(x)$ $(-\pi, \pi)$ 2π

30 2021 • $f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{e^x}$ ()

A $f(x)$ π

B $f(x)$ π

C $-e < k < 0$ $f(x) = k$ π

D $x \in [t_0, +\infty)$ $f(x)_{\max} = \frac{5}{e}$ t_0 2

31 2021 • “ ” 128 t $t=15$ ()



A 4π

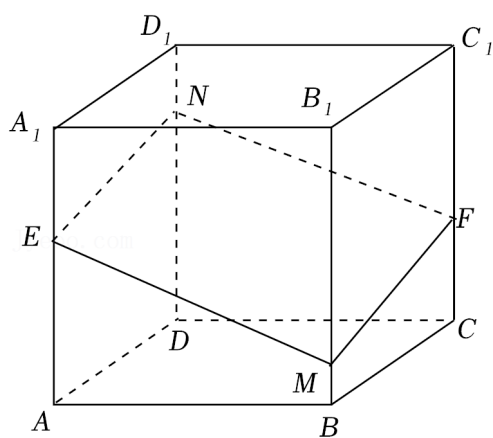
B. $h = -60 \cos(\frac{\pi}{15}t) + 68$

C. $\zeta_1 + \zeta_2 \leq 30$

D. $\zeta_1, \zeta_2 \in [0, 20]$

32. 2021 • In a cube $ABCD-A_1B_1C_1D_1$, E, F are the midpoints of AA_1, CC_1 respectively. EF intersects BB_1 at M .

DD_1 intersects BM at N . If $BM = x$, $x \in [0, 1]$, then $DN =$ ()



A. $MENF \perp BDD_1B_1$

B. $MENF$ is a rectangle

C. $MENF$ is a parallelogram with area $[4, 4\sqrt{2}]$

D. $C_1 - MENF$ is a tetrahedron

33. 2021 • In a coordinate system, O is the origin, M_n, N_n are points on the circle $O: x^2 + y^2 = n^2$. P_n is the midpoint of M_n, N_n .

Let $OM_n \cdot ON_n + 2OP_n^2 = 0 (n \in \mathbb{N}^*)$. Let M_n, N_n be on the line $l: \sqrt{3}x + y + n^2 + n = 0$. Then $a_n =$ ()

A. OM_n and ON_n are perpendicular

B. $|OP_n| = n$

$$f(x) = 3^x$$

② $f(x)$ 的图像

③ $f(x)$ 在 $(2,3)$ 上的值域

④ $f(x)$ 的图像与 $y=1$ 的交点个数

⑤ $x=2$ 时 $f(x)$ 的值

52. 2021 年 • 设函数 $f(x)$ 在 R 上满足 $f(2x) = 0$ 且 $f(x) < 0$ 在 $(0, +\infty)$ 上恒成立，则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处的导数为 _____。

53. 2021 年 • 设函数 $f(x) = [x]$ 表示不超过 x 的最大整数，则 $f(x)$ 在 $x=2.39$ 处的值为 _____。

54. 2021 年 • 设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x + 1, & x \leq 0 \\ \ln x, & x > 0 \end{cases}$ ，则 $f(x)$ 在 $x=2.39$ 处的值为 _____。

55. 2021 年 • 设函数 $f(x) = \frac{3}{5}x + \frac{1}{2}$ ，则 $f(x)$ 在 $x=2.39$ 处的值为 _____。

56. 2006 年 • 设函数 $f(x) = \frac{4}{5}x + \frac{1}{2}$ ，则 $f(x)$ 在 $x=2.39$ 处的值为 _____。

57. 2021 年 • 设 P 为 $ABCD$ 内一点， $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ， $\angle BAD = 90^\circ$ ， $PA = AB = BC = \frac{1}{2}AD = 1$ ，则 $BC \parallel AD$ 。

设 Q 为 $ABCD$ 内一点， $Q \in PD$ ， $\angle AQP = \frac{\pi}{4}$ ，则 Q 在 $ABCD$ 内的轨迹为 _____。

58 2021 • $\{a_n\}$ q n S_n $n \in N$ $a_{n+1} \dots 2S_n$ q _____

59 2021 • _____

① $\alpha = -5$ _____

② $y = a^{x+1} + 2 (a > 0, a \neq 1)$ _____ $(0,1)$ _____

③ α _____ $\frac{\alpha}{2}$ _____

④ y _____ $\left\{ \alpha \mid \alpha = \frac{k\tau}{2}, k \in Z \right\}$ _____

60 2021 • $f(x) = x^2 - (a-1)x + 1$ $g(x) = (\frac{3a}{4} - 2)x$ _____

① $a = 4$ $y = f(x)$ $y = g(x)$ _____

② $y = f(x)$ $y = g(x)$ 6 _____ $a =$ _____

